Álgebra Lineal II — Examen Parcial

Formas bilineales y formas cuadráticas. (45 minutos) **21 de febrero de 2018**

1.– Dada la forma cuadrática $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $w(x, y) = x^2 + 4xy + 4y^2$:

(i) Clasificarla indicando su rango y signatura.

(ii) Hallar una base de vectores conjugados.

(iii) Hallar los vectores autoconjugados, expresándolos de la manera más sencilla posible (dar el resultado respecto de la base canónica).

(iv) Calcular la matriz asociada a w en la base:

$$B = \{(1, 1), (1, -1)\}$$

(v) Si f es la forma bilineal simétrica asociada a w calcular $f((2, 1), (1, 3))$.

(7 puntos)

2.– Sea V un espacio vectorial. Si w es una forma cuadrática en V y $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in V$ cumplen $w(\vec{v}_1) \cdot w(\vec{v}_2) < 0$. ¿Qué tipo de forma cuadrática es w?.

(1 punto)

3.– Si A es una matriz asociada a una forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ y $a_{11} > 0$, $a_{22} > 0$:

(i) ¿Puede ser w definida negativa?.

(ii) ¿Puede ser w semidefinida positiva?.

(iii) ¿Puede ser w indefinida?.

(2 puntos)

Álxebra Lineal II Exame Parcial

Formas bilineales e formas cuadráticas. (45 minutos) **21 de febreiro de 2018**

1.– Dada a forma cuadrática $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $w(x, y) = x^2 + 4xy + 4y^2$:

(i) Clasificala indicando o seu rango e a súa signatura.

(ii) Atopar unha base de vectores conxugados.

(iii) Atopar os vectores autoconxugados, expresándoos do xeito mis sinxelo posible (dar o resultado respecto da base canónica).

(iv) Calcular a matriz asociada a w na base:

$$B = \{(1, 1), (1, -1)\}$$

(v) Se f é a forma bilineal simétrica asociada a w calcular $f((2, 1), (1, 3))$.

(7 puntos)

2.– Sexa V un espazo vectorial. Se w é unha forma cuadrática en V e $\vec{v}_1, \vec{v}_2 \in V$ cumplen $w(\vec{v}_1) \cdot w(\vec{v}_2) < 0$. Qué tipo de forma cuadrática é w?.

(1 punto)

3.– Se A é unha matriz asociada a unha forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ e $a_{11} > 0$, $a_{22} > 0$:

(i) Pode ser w definida negativa?.

(ii) Pode ser w semidefinida positiva?.

(iii) Pode ser w indefinida?.

(2 puntos)
