

1.— Dada la forma cuadrática $w : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $w(x, y) = x^2 + 4xy + 3y^2$:

- (i) Clasificarla indicando su rango y signatura.
- (ii) Hallar una base de vectores conjugados.
- (iii) Hallar los vectores autoconjugados, expresándolos de la manera más sencilla posible (dar el resultado respecto de la base canónica).
- (iv) Calcular la matriz asociada a w en la base:

$$B = \{(1, 1), (1, -1)\}$$

- (v) Si f es la forma bilineal simétrica asociada a w calcular $f((2, 1), (1, 3))$.

(7 puntos)

2.— Sea V un espacio vectorial. Si $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ es una base de vectores conjugados respecto de una forma cuadrática w y además esos mismos vectores son también autoconjugados. ¿Cuál es la matriz asociada a w respecto de la base B ?

(1 punto)

3.— Si A es una matriz asociada a una forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ y $a_{11} = 0$:

- (i) ¿Puede ser w definida positiva?
- (ii) ¿Es necesariamente w semidefinida?
- (iii) ¿Puede ser w indefinida?

(2 puntos)

1.— Dada a forma cuadrática $w : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $w(x, y) = x^2 + 4xy + 3y^2$:

- (i) Clasifícala indicando o seu rango e a súa signatura.
- (ii) Atopar unha base de vectores conxugados.
- (iii) Atopar os vectores autoconxugados, expresándoos do xeito mis sinxelo posible (dar o resultado respecto da base canónica).
- (iv) Calcular a matriz asociada a w na base:

$$B = \{(1, 1), (1, -1)\}$$

- (v) Se f é a forma bilineal simétrica asociada a w calcular $f((2, 1), (1, 3))$.

(7 puntos)

2.— Sexa V un espazo vectorial. Se $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$ é unha base de vectores conxugados respecto dunha forma cuadrática w e ademais esos mesmos vectores son tamén autoconxugados. Cal é a matriz asociada a w respecto da base B ?

(1 punto)

3.— Se A é unha matriz asociada a unha forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ e $a_{11} = 0$:

- (i) Pode ser w definida positiva?
- (ii) É necesariamente w semidefinida?
- (iii) Pode ser w indefinida?

(2 puntos)