

1.— En $\mathbb{R}^3$ se considera la forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = x^2 + 2xy + 2xz + 2yx + z^2$$

- (i) Clasificar w indicando además su rango y signatura.
- (ii) Calcular el conjunto de vectores autoconjugados. Si procede, indicar los subespacios en que se descompone.

(3 puntos)

2.— En $\mathbb{R}^3$ se considera la forma cuadrática:

$$w(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 2axy + 2bxz + 2cyz$$

- (i) Hallar a, b, c para que $B = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ sea una base de vectores conjugados.
- (ii) Para los valores de a, b, c calculados en (i), hallar la matriz asociada a w en la base B .

(3 puntos)

3.— Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- (a) Si w es una forma cuadrática en $\mathbb{R}^2$ de rango 1 entonces tiene vectores autoconjugados no nulos.
- (b) Si A es la matriz asociada a una forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ y $\det(A) = -1$ entonces w es indefinida.
- (c) Si A es la matriz asociada a una forma cuadrática definida negativa w en $\mathbb{R}^n$ entonces $\det(A) < 0$.
- (d) La aplicación $f((x, y), (x', y')) = x + y + x' + y'$ es una forma bilineal simétrica en $\mathbb{R}^2$.

(4 puntos)

1.— En $\mathbb{R}^3$ se considera a forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = x^2 + 2xy + 2xz + 2yx + z^2$$

- (i) Clasificar w indicando ademais o seu rango e a súa signatura.
- (ii) Calcular o conxunto de vectores autoconjugados. Se procede, indicar os subespacios nos que se descompone.

(3 puntos)

2.— En $\mathbb{R}^3$ se considera a forma cuadrática:

$$w(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 2axy + 2bxz + 2cyz$$

- (i) Atopar a, b, c para que $B = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ sexa unha base de vectores conjugados.
- (ii) Para ls valores de a, b, c calculados en (i), atopar a matriz asociada a w na base B .

(3 puntos)

3.— Razoa a veracidade ou falsedade das seguintes afirmacions:

- (a) Se w é unha forma cuadrática en $\mathbb{R}^2$ de rango 1 entón tiene vectores autoconjugados non nulos.
- (b) Se A é a matriz asociada a unha forma cuadrática w en $\mathbb{R}^2$ e $\det(A) = -1$ entón w é indefinida.
- (c) Se A é a matriz asociada a unha forma cuadrática definida negativa w en $\mathbb{R}^n$ entón $\det(A) < 0$.
- (d) A aplicación $f((x, y), (x', y')) = x + y + x' + y'$ é unha formal bilineal simétrica en $\mathbb{R}^2$.

(4 puntos)
