Álgebra Lineal II **Examen Parcial**

Formas bilineales y formas cuadráticas. (45 minutos) **1 de marzo de 2017**

1.– Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$.

(i) ¿Pueden ser A y B matrices asociadas a una misma forma cuadrátrica en distintas bases?.

(ii) Si A es la matriz asociada respecto de la base canónica asociada a una forma cuadrática $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$:

ii.a) Hallar una base de vectores conjugados.

ii.b) Si f es la forma bilineal asociada a w, calcular $f((1,1),(0,1))$.

(3 puntos)

2.– En $\mathbb{R}^3$ se considera la forma cuadrática dada por:

$$w(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2axy + 2ayz.$$

Clasificar w en función de a indicando además en cada caso su rango y signatura.

(3 puntos)

3.– Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

(a) Si f es una forma bilineal simétrica y $f(u, u+v) = 1$, $f(u,u) = 1$ entonces u, v son vectores conjugados.

(b) Si A es la matriz asociada a una forma cuadrática indefinida en $\mathbb{R}^n$, entonces $rango(A) < n$.

(c) La matriz asociada a una forma cuadrátrica definida positiva puede tener un cero en la diagonal.

(d) La aplicación $f((x,y),(x',y')) = x^2$ es una formal bilineal simétrica en $\mathbb{R}^2$.

(4 puntos)

Álxebra Lineal II **Exame Parcial**

Formas bilineales e formas cuadráticas. (45 minutos) **1 de marzo de 2017**

1.– Sexan as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$.

(i) Poden ser A e B matrices asociadas a unha mesma forma cuadrátrica en distintas bases?.

(ii) Se A é a matriz asociada respecto da base canónica asociada a unha forma cuadrática $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$:

ii.a) Atopar unha base de vectores conxugados.

ii.b) Se f é a forma bilineal asociada a w, calcular $f((1,1),(0,1))$.

(3 puntos)

2.– En $\mathbb{R}^3$ se considera a forma cuadrática dada por:

$$w(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2axy + 2ayz.$$

Clasificar w en función de a indicando ademais en cada caso o seu rango e a súa signatura.

(3 puntos)

3.– Razoa a veracidade ou falsedade das seguintes afirmacions:

(a) Se f é unha forma bilineal simétrica e $f(u, u+v) = 1$, $f(u,u) = 1$ entón u, v son vectores conxugados.

(b) Se A é a matriz asociada a unha forma cuadrática indefinida en $\mathbb{R}^n$, entón $rango(A) < n$.

(c) A matriz asociada a unha forma cuadrárica definida positiva pode ter un cero na diagonal.

(d) A aplicación $f((x,y),(x',y')) = x^2$ é unha formal bilineal simétrica en $\mathbb{R}^2$.

(4 puntos)
