

1.— En $\mathbb{R}^3$ se considera la forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = x^2 + az^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$$

- (i) Clasificar w en función de a indicando además en cada caso su rango y signatura.
- (ii) Hallar una base de vectores conjugados respecto de w .

(4 puntos)

2.— En el espacio vectorial $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ se define la forma bilineal:

$$f : \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \times \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(A, B) = \text{traza}(A^t \cdot B)$$

- (i) Hallar la matriz asociada a f respecto de la base canónica.
- (ii) Probar que f es simétrica.
- (iii) Si w es la forma cuadrática asociada a f hallar $w(A)$. ¿Cuánto vale $w \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$?

(3 puntos)

3.— Sea $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Si $F_B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ es su matriz asociada respecto a la base $B = \{(1, 2), (1, 0)\}$, calcular $f((1, -1), (2, 3))$ siendo f la forma bilineal simétrica asociada a w .

(3 puntos)

1.— En $\mathbb{R}^3$ se considera a forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = x^2 + az^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$$

- (i) Clasificar w en función de a indicando ademais en cada caso o seu rango e a súa signatura.
- (ii) Atopar unha base de vectores conxugados respecto de w .

(4 puntos)

2.— No espazo vectorial $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ se define a forma bilineal:

$$f : \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \times \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(A, B) = \text{traza}(A^t \cdot B)$$

- (i) Atopar a matriz asociada a f respecto da base canónica.
- (ii) Probar que f é simétrica.
- (iii) Se w é a forma cuadrática asociada a f atopar $w(A)$. Canto vale $w\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$?

(3 puntos)

3.— Sexa $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ unha forma cuadrática. Se $F_B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ é a súa matriz asociada respecto á base $B = \{(1, 2), (1, 0)\}$, calcular $f((1, -1), (2, 3))$ sendo f a forma bilineal simétrica asociada a w .

(3 puntos)