Álgebra Lineal II **Examen Parcial**

Formas bilineales y formas cuadráticas. (45 minutos) **29 de febrero de 2015**

1.– En $\mathbb{R}^3$ se considera la forma cuadrática dada por:

$$w(x,y,z) = x^2 + ay^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$$

(i) Clasificar w en función de a indicando además en cada caso su rango y signatura.

(ii) Hallar una base de vectores conjugados respecto de w.

(4 puntos)

2.– En el espacio $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ de polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes reales se define la forma bilineal:

$$f : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(p(x), q(x)) = p(0)q(1) + p(1)q(0)$$

(i) Hallar la matriz asociada a f respecto de la base canónica.

(ii) Probar que f es simétrica.

(iii) Si w es la forma cuadrática asociada a f hallar $w(p(x))$. ¿Cuánto vale $w(1 - 2x + x^2)$?.

(3 puntos)

3.– Sea $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ una forma cuadrática. Si $F_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ es su matriz asociada respecto a la base $B = \{(1,2),(1,0)\}$, calcular $f((1,-1),(2,3))$ siendo f la forma bilineal simétrica asociada a w.

(3 puntos)

Álxebra Lineal II **Exame Parcial**

Formas bilineales e formas cuadráticas. (45 minutos) **29 de febreiro de 2015**

1.– En $\mathbb{R}^3$ se considera a forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = x^2 + ay^2 + 2z^2 + 2xy + 2xz + 2yz.$$

(i) Clasificar w en función de a indicando ademais en cada caso o seu rango e a súa signatura.

(ii) Atopar unha base de vectores conxugados respecto de w.

(4 puntos)

2.– No espazo $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ de polinomios de grao menor ou igual que 2 con coeficientes reais se define a forma bilineal:

$$f : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \quad f(p(x), q(x)) = p(0)q(1) + p(1)q(0)$$

(i) Atopar a matriz asociada a f respecto da base canónica.

(ii) Probar que f é simétrica.

(iii) Se w é a forma cuadrática asociada a f atopar $w(p(x))$. Canto vale $w(1 - 2x + x^2)$?.

(3 puntos)

3.– Sexa $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ unha forma cuadrática. Se $F_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ é a súa matriz asociada respecto á base $B = \{(1, 2), (1, 0)\}$, calcular $f((1, -1), (2, 3))$ sendo f a forma bilineal simétrica asociada a w.

(3 puntos)
