

1.— En $\mathbb{R}^3$ se considera la forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = ax^2 + y^2 + 4xy + 2axz.$$

- (i) Clasificarla en función de a indicando además en cada caso su rango y signatura.
 - (ii) Para $a = 0$ hallar los vectores autoconjugados, expresándolos si es posible como unión de dos planos.
- (5 puntos)

2.— Analizar razonadamente la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

- (i) Si w es una forma cuadrática en $\mathbb{R}^2$ de rango 1 entonces no puede ser indefinida.
- (ii) Si $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ es una matriz asociada a una forma cuadrática w y verifica $a_{11} = 1$, $a_{22} = 1$ y $a_{33} = 0$ entonces w es semidefinida positiva.
- (iii) Si $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ es una matriz asociada a una forma cuadrática w y verifica $a_{11} = 1$, $a_{22} = 1$ y $a_{33} = -1$ entonces w es indefinida.
- (iv) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ pueden ser matrices asociadas a una misma forma cuadrática respecto a diferentes bases.
- (v) Si $A \in \mathcal{M}_{2015 \times 2015}(\mathbb{R})$ es la matriz asociada a una forma cuadrática semidefinida negativa, entonces $\det(A) < 0$.

(5 puntos)

1.— En $\mathbb{R}^3$ se considera a forma cuadrática dada por:

$$w(x, y, z) = ax^2 + y^2 + 4xy + 2axz.$$

- (i) Clasificala en función de a indicando ademais en cada caso o seu rango e a súa signatura.
 - (ii) Para $a = 0$ atopar os vectores autoconxugados, expresándolos se é posible coma unión de dous planos.
- (5 puntos)

2.— Analizar razoadamente a veracidade ou falsidade das seguintes afirmacións:

- (i) Se w é unha forma cuadrática en $\mathbb{R}^2$ de rango 1 entón non pode ser indefinida.
- (ii) Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ é unha matriz asociada a unha forma cadrática w e verifica $a_{11} = 1$, $a_{22} = 1$ e $a_{33} = 0$ entón w é semidefinida positiva.
- (iii) Se $A \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ é unha matriz asociada a unha forma cadrática w e verifica $a_{11} = 1$, $a_{22} = 1$ e $a_{33} = -1$ entón w é indefinida.
- (iv) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ poden ser matrices asociadas a unha mesma forma cuadrática respecto a diferentes bases.
- (v) Se $A \in \mathcal{M}_{2015 \times 2015}(\mathbb{R})$ é a matriz asociada a unha forma cuadrática semidefinida negativa, entón $\det(A) < 0$.

(5 puntos)
