Álgebra Lineal II — Examen Parcial

Formas bilineales y formas cuadráticas. (45 minutos) **26 de febrero de 2014**

1.– En $\mathbb{R}^2$ consideramos una forma bilineal simétrica $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ y su forma cuadrática asociada $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Se sabe que:

a) $B = \{(1,1),(2,3)\}$ es una base de vector conjugados.

b) $w(1,1) = 1$, $w(2,3) = -1$.

(i) Clasificar w indicando además su rango y signatura.

(ii) Calcular la matriz asociada a f respecto de la base canónica.

(iii) Hallar los vectores autoconjugados.

(iv) ¿Es posible encontrar una base B' respecto a la cuál la matriz asociada a f sea la identidad?. Razonar la respuesta. En caso afirmativo calcularla.

(v) ¿Es posible encontrar una base B'' respecto a la cuál la matriz asociada a f sea $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

(6 puntos)

2.– En $\mathbb{R}^4$ se considera la forma cuadrática dada por:

$$w(x,y,z,t) = (a-2)x^2 + y^2 + at^2 + 2xy - 2xz + 2xt - 2yz + 2yt - 2zt.$$

(i) Clasificarla en función de a indicando además en cada caso su rango y signatura.

(ii) Dar una base de vectores conjugados.

(4 puntos)

Álxebra Lineal II

Exame Parcial

Formas bilineales e formas cuadráticas. (45 minutos) **26 de febreiro de 2014**

1.– En $\mathbb{R}^2$ consideramos unha forma bilineal simétrica $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ e a súa forma cuadrática asociada $w : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$. Se sabe que:

a) $B = \{(1,1),(2,3)\}$ é unha base de vector conxugados.

b) $w(1,1) = 1$, $w(2,3) = -1$.

(i) Clasificar w indicando ademais o seu rango e a súa signatura.

(ii) Calcular a matriz asociada a f respecto da base canónica.

(iii) Atopar os vectores autoconxugados.

(iv) É posible atopar unha base B' respecto á cal a matriz asociada a f sexa a identidade?. Razoar a resposta. En caso afirmativo calculala.

(v) É posible atopar unha base B'' respecto á cal a matriz asociada a f sexa $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

(6 puntos)

2.– En $\mathbb{R}^4$ se considera a forma cuadrática dada por:

$$w(x,y,z,t) = (a-2)x^2 + y^2 + at^2 + 2xy - 2xz + 2xt - 2yz + 2yt - 2zt.$$

(i) Clasificarla en función de a indicando ademais en cada caso o seu rango e a súa signatura.

(ii) Dar unha base de vectores conxugados.

(4 puntos)
