Álgebra Lineal II		**Examen Final**
Ejercicio 1	(1 hora y 30 min.)	**12 de junio de 2012**

1.– Sea el espacio euclideo $\mathbb{R}^3$ con el producto escalar usual y consideremos como orientación positiva la dada por la base canónica. Para cada $a, b \in R$, se considera un endomorfismo $t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ cuya matriz asociada respecto de la base canónica es:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3/5 & 0 & 4/5 \\ a & 0 & b \end{pmatrix}$$

(i) Hallar los valores de a y b para las cuales t es una transformación ortogonal.

(ii) Para los valores hallados en (i) clasificar la transformación ortogonal, indicando si procede el semieje de giro, ángulo de giro y/o subespacios de simetría.

(1.6 puntos)

2.– Consideramos el espacio vectorial $\mathbb{R}^2$, la forma bilineal $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ y la base $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$. Supongamos que

$$F_B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

donde $a \in \mathbb{R}$. Razonar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

(i) Se verifica que $f(\vec{u}_1, \vec{u}_1 + \vec{u}_2) = a + 1$.

(ii) Si $a = -2$, entonces f es antisimétrica.

(iii) Si $\vec{v} \neq \vec{0}$, entonces $f(\vec{v}, \vec{v}) \neq 0$.

(1 punto)

3.– Calcular la ecuación de una homotecia que lleve el triángulo ABC en $A'B'C'$ sabiendo que:

$$A = (1,1), \quad B = (3,2), \quad C = (2,4), \quad A' = (2,3), \quad superficie(A'B'C') = 10.$$

(1.1 puntos)

4.– Sea $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ el espacio vectorial de polinomios de grado menor o igual que 2. Se considera la aplicación:

$$f : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(p(x), q(x)) = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)dx - 2p(0)q(0).$$

(i) Probar que f es una forma bilineal simétrica.

(ii) Calcular la matriz asociada a f en al base canónica.

(iii) Dar un conjunto de polinomios que forme una base de vectores conjugados.

(iv) Calcular los polinomios autoconjugados.

(v) Clasificar la forma cuadrática asociada a f.

(1.3 puntos)

Álxebra Lineal II — Exame Final

Exercicio 1 (1 hora e 30 min.) **12 de xuño de 2012**

1.– Sexa o espazo euclideo $\mathbb{R}^3$ co producto escalar usual e consideremos como orientación positiva a dada pola base canónica. Para cada $a, b \in R$, se considera un endomorfismo $t : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ de matriz asociada respecto da base canónica:

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3/5 & 0 & 4/5 \\ a & 0 & b \end{pmatrix}$$

(i) Atopar os valores de a e b para os cales t é unha transformación ortogonal.

(ii) Para os valores atopados en (i) clasificar a transformación ortogonal, indicando se procede o semieixo de xiro, ángulo de xiro e/ou subespazos de simetría.

(1.6 puntos)

2.– Consideramos o espazo vectorial $\mathbb{R}^2$, a forma bilineal $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ e a base $B = \{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$. Supongamos que

$$F_B = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

donde $a \in \mathbb{R}$. Razoar a veracidade ou falsedade das seguintes afirmacións:

(i) Se verifica que $f(\vec{u}_1, \vec{u}_1 + \vec{u}_2) = a + 1$.

(ii) Se $a = -2$, entón f é antisimétrica.

(iii) Se $\vec{v} \neq \vec{0}$, entón $f(\vec{v}, \vec{v}) \neq 0$.

(1 punto)

3.– Calcular a ecuación dunha homotecia que leve o triángulo ABC en $A'B'C'$ sabendo que:

$$A = (1, 1), \quad B = (3, 2), \quad C = (2, 4), \quad A' = (2, 3), \quad superficie(A'B'C') = 10.$$

(1.1 punto)

4.– Sexa $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ o espazo vectorial de polinomios de grao menor ou igual que 2. Se considera a aplicación:

$$f : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \times \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad f(p(x), q(x)) = \int_{-1}^{1} p(x)q(x)dx - 2p(0)q(0).$$

(i) Probar que f é unha forma bilineal simétrica.

(ii) Calcular a matriz asociada a f na base canónica.

(iii) Dar un conxunto de polinomios que forme unha base de vectores conxugados.

(iv) Calcular os polinomios autoconxugados.

(v) Clasificar a forma cadrática asociada a f.

(1.3 puntos)
