1 Descripción completa de una cónica a partir de su ecuación.

Suponemos **algún término de T positivo**. En caso contrario cambiamos toda la ecuación de signo.

1.1 Clasificación:

	$\|A\| > 0$	$\|A\| = 0$	$\|A\| < 0$
$\|T\| > 0$	Elipse imaginaria	Rectas imaginarias cortándose	Elipse real
$\|T\| = 0$	Parábola	$rg(A) = 2$ $\begin{cases} \text{Rectas paralelas imag.} \\ \text{Rectas paralelas reales} \end{cases}$ $rg(A) = 1$ Recta doble	Parábola
$\|T\| < 0$	Hipérbola	Rectas reales cortándose	Hipérbola

1.2 Puntos y rectas notables que se calculan directamente con la matriz A.

CENTRO: (r, s) **con** $\boxed{A \begin{pmatrix} r \\ s \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix}}$ **donde h no impone ninguna condición.**

DIRECCIONES ASINTÓTICAS: (p, q) **con** $\boxed{\begin{pmatrix} p & q \end{pmatrix} T \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = 0}$.

ASÍNTOTAS: Para cada dir. asintótica (p, q), recta polar: $\boxed{\begin{pmatrix} p & q & \color{red}{0} \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$

EJES: Se calculan los autovalores λ_1, λ_2 de T como raíces de $p(\lambda) = |T - \lambda Id|$. Nos quedamos con los no nulos y calculamos sus autovectores $\vec{u}_i = (x_i, y_i)$ resolviendo $(T - \lambda_i Id) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Los ejes son sus rectas polares: $\boxed{\underbrace{\begin{pmatrix} x_i & y_i & \color{red}{0} \end{pmatrix}}_{autovector} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$

VÉRTICES=Ejes∩cónica. Se resuelven los sistemas formados por la ecuación de la cónica y de cada eje.

Nota: Para la elipse e hipérbola si seguimos el criterio para el orden de los autovalores que indicaremos, el eje focal es la recta polar del autovector asociado a λ_2.

1.3 Ecuaciones reducidas, focos, directrices y excentricidad.

Ecuación reducida de la elipse:

Ecuación reducida $\boxed{\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + d = 0}$ **con $\lambda_1, \lambda_2 > 0$ autovalores de T, ordenados de forma que $\color{red}{\lambda_2 \geq \lambda_1}$ y $d = \frac{\det(A)}{det(T)}$.**

Ecuación de cambio de referencia: $\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textbf{centro} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} autovec_1 & autovec_2 \end{pmatrix}}_{\textbf{normalizados}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}}$.

Ecuación canónica $\boxed{\frac{x'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1}$ **(se obtiene directamente de la reducida).**

Focos en nueva referencia: $F_1' = (c, 0)$ y $F_2' = (-c, 0)$, con $c = +\sqrt{a^2 - b^2}$.

Focos en referencia inicial: Se aplica la ecuación de cambio de referencia a F_1' y F_2'.

Directrices: Rectas polares de los focos $F_i = (s_i, t_i)$: $\boxed{\underbrace{\begin{pmatrix} s_i & t_i & 1 \end{pmatrix}}_{foco} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$

Excentricidad: $\boxed{e = \frac{c}{a} < 1}$.

Ecuación reducida de la hipérbola:

Ecuación reducida $\boxed{\lambda_1 x'^2 + \lambda_2 y'^2 + d = 0}$ **con con** λ_1, λ_2 **autovalores de** T**, ordenados de forma que** $signo(\lambda_1) = signo(det(A))$ **y** $d = \frac{\det(A)}{det(T)}$**.**

Ecuación de cambio de referencia: $\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textbf{centro} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} autovec_1 & autovec_2 \end{pmatrix}}_{\textbf{normalizados}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}}$**.**

Ecuación canónica $\boxed{\frac{x'^2}{a^2} - \frac{y'^2}{b^2} = 1}$ **(se obtiene directamente de la reducida).**

Focos en nueva referencia: $F_1' = (c, 0)$ **y** $F_2' = (-c, 0)$**, con** $c = +\sqrt{a^2 + b^2}$**.**

Focos en referencia inicial: Se aplica la ecuación de cambio de referencia a F_1' **y** F_2'**.**

Directrices: Rectas polares de los focos $F_i = (s_i, t_i)$**:** $\boxed{\underbrace{\begin{pmatrix} s_i & t_i & 1 \end{pmatrix}}_{foco} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$

Excentricidad: $\boxed{e = \frac{c}{a} > 1}$**.**

Ecuación reducida de la parábola:

Ecuación reducida $\boxed{\lambda_1 x'^2 - 2dy' = 0}$ **con con** λ_1 **autovalor no nulo de** T **y** $d = +\sqrt{\frac{-\det(A)}{\lambda_1}}$**.**

Ecuación de cambio de referencia: $\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \textbf{vértice} \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} autovec_1 & autovec_2 \end{pmatrix}}_{\textbf{normalizados}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}}$**.**

Hay que orientar el autovector asociado al 0 **de forma que** $\begin{pmatrix} a_{13} & a_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} autovec_2 \end{pmatrix} < 0$**.**

Ecuación canónica $\boxed{x'^2 = 2py'}$ **(se obtiene directamente de la reducida).**

Foco en nueva referencia: $F' = (0, p/2)$**.**

Foco en referencia inicial: Se aplica la ecuación de cambio de referencia a F'**.**

Directriz: Recta polar del focos $F = (s, t)$**:** $\boxed{\underbrace{\begin{pmatrix} s & t & 1 \end{pmatrix}}_{foco} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$

Excentricidad: $\boxed{e = 1}$**.**

1.4 Recta polar de un punto respecto de la cónica.

Recta polar de un punto (si el punto está en la cónica la recta polar es la tangente): $\boxed{\begin{pmatrix} a & b & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$**.**

Recta polar de un vector o dirección (si ésta es una dirección asintótica la polar es una asíntota): $\boxed{\begin{pmatrix} p & q & 0 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0}$