

Sean $c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8$ las ocho cifras de tu DNI⁽¹⁾. Por ejemplo si el DNI es 71678610, entonces $c_1 = 7, c_2 = 1, c_3 = 6, c_4 = 7, c_5 = 8, c_6 = 6, c_7 = 1, c_8 = 0$.

Para cada i , con $1 \leq i \leq 8$ llamamos a_i al que se obtiene al dividir c_i por 3. En el ejemplo anterior $a_1 = 1, a_2 = 1, a_3 = 0, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 0, a_7 = 1, a_8 = 0$.

Consideramos el espacio vectorial $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ de polinomios de grado menor o igual que 2 con coeficientes en $\mathbb{R}$. Sean los siguientes subconjuntos:

$$U = \left\{ p(x) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid \int_0^1 p(x) dx = 0 \right\}$$

$$V = \mathcal{L} \{1 + a_4x + a_5x^2, a_2 + a_3x + a_6x^2\}$$

$$W = \{p(x) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \mid p'(0)^2 = p(1)^2\}$$

$$Z = \mathcal{L} \{a_4 + a_7x + a_2x^2\}$$

1. ¿Cuáles de ellos son subespacios vectoriales de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$?. Justificar la respuesta.
2. Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de $U \cap V$ respecto de la base canónica.
3. Hallar $\dim(U), \dim(V), \dim(U \cap V), \dim(U + V)$.
4. Demostrar que $B = \{1, (x - a_1 - 1), (x - a_2 - 1)^2\}$ es una base de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$.
5. Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de V respecto de la base B .
6. Estudiar si U y Z son subespacios suplementarios. Si lo son, hallar el polinomio $q(x) \in \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ que es la proyección de $p(x) = -1$ sobre U paralelamente a Z .
7. Dar las ecuaciones implícitas en la base canónica de un subespacio vectorial S de manera que S y V sean suplementarios.

Se deben de justificar razonadamente las respuestas.

⁽¹⁾ En caso de que el documento identificativo tenga menos de 8 dígitos puedes sustituir las letras por el número 7. Por ejemplo si es ZZ013456 puedes usar 77013456.

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Miércoles 17 de Diciembre a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- **Es fundamental que se justifiquen razonadamente los procedimientos que se utilizan** para responder a las cuestiones planteadas. Si se emplea algún resultado no visto en clase, debe indicarse la referencia bibliográfica donde se ha consultado y como se aplica al caso concreto.
- En cada práctica debe figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Preferentemente se entregarán los trabajos en formato PDF a través de la plataforma Teams. **El nombre del archivo deberá de ser "TT2-Nombre y apellidos.pdf". Por ejemplo: "TT2-Luis Fuentes García.pdf"** No obstante de manera excepcional también se aceptarán en papel.
- **Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.**
- Se **penalizará** hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.