

Sean  $d_1d_2d_3d_4d_5d_6d_7d_8$  las ocho cifras de tu DNI<sup>(1)</sup>. Por ejemplo si el DNI es 32478910, entonces  $d_1 = 3, d_2 = 2, d_3 = 4, d_4 = 7, d_5 = 8, d_6 = 9, d_7 = 1, d_8 = 0$ .

Para cada  $i$ , con  $1 \leq i \leq 8$  llamamos  $a_i$  al resto de  $d_i$  módulo 3, es decir, el resto que se obtiene al dividir  $d_i$  por 3. En el ejemplo anterior  $a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 0, a_7 = 1, a_8 = 0$ .

---

Consideramos el espacio vectorial  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  de matrices reales  $2 \times 2$  y los siguientes subconjuntos:

$$H = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$U = \left\{ A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid \text{traza} \left( A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right) = 0 \right\}$$

$$V = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} a_1 & a_1 \\ a_2 & a_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_3 & a_3 \\ a_4 & a_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_5 & a_5 \\ a_6 & a_6 \end{pmatrix} \right\}$$

$$W = \{ A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid A \text{ no tiene inversa} \}$$

1. ¿Cuáles de ellos son subespacios vectoriales de  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ ? Justificar la respuesta.
2. Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de  $U \cap V$  respecto de la base canónica.
3. Hallar  $\dim(U), \dim(V), \dim(U \cap V), \dim(U + V)$ .
4. Demostrar que  $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$  es una base de  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ .
5. Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de  $V$  respecto de la base  $B$ .
6. Demostrar que  $U$  y  $H$  son subespacios suplementarios.
7. Hallar la matriz  $X \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  que es la proyección de  $\begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_2 & a_4 \end{pmatrix}$  sobre  $H$  paralelamente a  $U$ .
8. Dar tres matrices de  $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$  que formen una base de  $U$ .
9. Dar las ecuaciones paramétricas en la base canónica de un subespacio vectorial  $S$  de manera que  $S$  y  $V$  sean suplementarios.

**Se deben de justificar razonadamente las respuestas.**

---

<sup>(1)</sup> En caso de que el documento identificativo tenga menos de 8 dígitos puedes sustituir las letras por el número 6. Por ejemplo si es ZZ013456 puedes usar 66013456.

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Miércoles 18 de Diciembre a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Preferentemente se entregarán los trabajos en formato PDF a través de la plataforma Teams. **El nombre del archivo deberá de ser "TT2-Nombre y apellidos.pdf". Por ejemplo: "TT2-Luis Fuentes García.pdf"** No obstante de manera excepcional también se aceptarán en papel.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.