

Sean $d_1d_2d_3d_4d_5d_6d_7d_8$ las ocho cifras de tu DNI⁽¹⁾. Por ejemplo si el DNI es 32478910, entonces $d_1 = 3, d_2 = 2, d_3 = 4, d_4 = 7, d_5 = 8, d_6 = 9, d_7 = 1, d_8 = 0$.

Para cada i , con $1 \leq i \leq 8$ llamamos a_i al resto de d_i módulo 3, es decir, el resto que se obtiene al dividir d_i por 3. En el ejemplo anterior $a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 0, a_7 = 1, a_8 = 0$.

Consideramos el espacio vectorial $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ de matrices reales 2×2 . Sean los siguientes subconjuntos:

$$U = \{A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid \text{traza}(A) = 0\}$$

$$V = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_1 & a_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_3 & a_4 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_5 & a_6 \\ a_5 & a_6 \end{pmatrix} \right\}$$

$$W = \{A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}) \mid \det(A) = 0\}$$

$$Z = \mathcal{L} \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

1. ¿Cuáles de ellos son subespacios vectoriales de $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$? Justificar la respuesta.
2. Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de $U \cap V$ respecto de la base canónica.
3. Hallar $\dim(U), \dim(V), \dim(U \cap V), \dim(U + V)$.
4. Demostrar que $B = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$ es una base de $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$.
5. Hallar las ecuaciones paramétricas e implícitas de V respecto de la base B .
6. Demostrar que U y Z son subespacios suplementarios.
7. Hallar la matrix $X \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ que es la proyección de $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$ sobre Z paralelamente a U .
8. Dar tres matrices de $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ que formen una base de U .
9. Dar las ecuaciones paramétricas en la base canónica de un subespacio vectorial S de manera que S y V sean suplementarios.

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Miércoles 13 de Enero a las 12:30.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.
- **Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.**
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.

⁽¹⁾En caso de que el documento identificativo tenga menos de 8 dígitos puedes completarlo a la izquierda con tantos cuatros como sea necesario. Por ejemplo si es ZZ13456 puedes usar 44413456.