

Sean $c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8$ las ocho cifras de tu DNI⁽¹⁾. Por ejemplo si el DNI es 32478910, entonces $c_1 = 3, c_2 = 2, c_3 = 4, c_4 = 7, c_5 = 8, c_6 = 9, c_7 = 1, c_8 = 0$.

Para cada i , con $1 \leq i \leq 8$ llamamos a_i al resto de c_i módulo 3, es decir, el resto que se obtiene al dividir c_i por 3. En el ejemplo anterior $a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 0, a_7 = 1, a_8 = 0$.

El trabajo consiste en contar cuantas matrices pueden formarse con los OCHO números $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8$ cumpliendo ciertas condiciones que varían en cada apartado. **Se entenderá que en cada matriz los números sólo pueden repetirse, a lo sumo, tantas veces como aparezcan repetidos en la lista anterior.** Por ejemplo si obtuvimos 0, 2, 1, 1, 2, 0, 1, 0 las matrices pueden contener hasta un máximo de 3 ceros o 3 unos, pero un máximo de 2 doses. Es decir serían válidas las matrices:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

pero **NO** serían válidas las matrices:

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Llamaremos C al conjunto de matrices 2×2 que pueden formarse en estas condiciones.

1. Calcular el cardinal de C .
2. ¿Cuántas matrices del conjunto C son simétricas?
3. ¿Cuántas matrices del conjunto C son antisimétricas?
4. ¿Cuántas matrices de C conmutan con $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$?
5. ¿Cuántas matrices de C conmutan con $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$?
6. Sea el conjunto $F = \{\text{traza}(A^t) | A \in C\}$. Calcular $\text{cardinal}(F)$.
7. Sea el conjunto $G = \{\text{traza}(AA^t) | A \in C\}$. Calcular $\text{cardinal}(G)$.

Se deben de justificar razonadamente las respuestas.

⁽¹⁾ En caso de que el documento identificativo tenga menos de 8 dígitos puedes sustituir las letras por el número 6. Por ejemplo si es ZZ013456 puedes usar 66013456.

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Viernes 27 de Octubre a las 23:59.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Preferentemente se entregarán los trabajos en formato PDF a través de la plataforma Teams. No obstante de manera excepcional también se aceptarán en papel.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.