

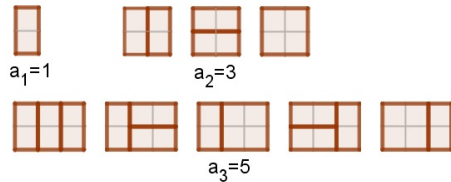
El **teselado** consiste en recubrir una determinada superficie con ciertas formas geométricas iguales, de manera que éstas no se superpongan y rellenen por completo el área deseada.

En esta práctica se estudian ciertas teselaciones desde el punto de vista combinatorio, aplicando en el cálculo teoría de matrices.

1. Tenemos baldosas de tamaño 2×1 de colores rojo, verde y azul. ¿De cuántas formas distintas puede cubrirse un pasillo de tamaño 2×15 ? (las baldosas no pueden girarse).



2. Y si tenemos exactamente cinco baldosas de tamaño 2×1 de cada color (rojo, verde y azul). ¿De cuántas formas distintas puede cubrirse un pasillo de tamaño 2×15 ? (las baldosas no pueden girarse).
3. Vamos a considerar que tenemos ahora baldosas de un sólo color de tamaño 2×1 y de tamaño 2×2 . Ahora permitimos girar las baldosas de manera que las rectangulares también pueden colocarse en horizontal, como una baldosa de tamaño 1×2 . Se trata de contar de cuantas formas distintas podemos cubrir un pasillo de dimensión $2 \times n$. Llamaremos a_n a ese número.



- (a) Justificar la relación $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$, para $n \geq 3$.
- (b) Comprobar que se cumple:

$$\begin{pmatrix} a_{n+2} \\ a_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}, \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (c) Deducir que:

$$\begin{pmatrix} a_n \\ a_{n-1} \end{pmatrix} = A^{n-2} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix}, \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (d) Verificar que tomando $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ se cumple:

$$P^{-1}AP = D \text{ con } D = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- (e) Concluir que $A^n = PD^nP^{-1}$.
- (f) Con todo lo anterior hallar una fórmula general para a_n y calcular a_{15} .

Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Miércoles 18 de Noviembre a las 12:30.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- **Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.**
- Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y mantener unos mínimos de calidad en la presentación.
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.