

16. PROBLEMAS DE COMBINATORIA

16.1 VARIACIONES

1.- En la liga de futbol de primera división participan 20 equipos, ¿De cuántas maneras se pueden ordenar los tres primeros clasificados?

Solución:

$$V_{20,3} = 20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840$$

2.- ¿Cuántas señales distintas, de al menos dos colores, se pueden hacer con 4 banderas de diferentes colores?

Solución:

Con 2 banderas: $V_{4,2} = 4 \cdot 3 = 12$

Con 3 banderas: $V_{4,3} = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

Con 4 banderas: $V_{4,4} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

En total podríamos hacer $12 + 24 + 24 = 60$ señales distintas.

3.- ¿De cuántas formas se pueden repartir 3 premios entre 30 concursantes?

Solución:

$$V_{30,3} = 30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360$$

4.- ¿Cuántos números de 3 dígitos existen en el sistema decimal en donde no se repite ningún dígito? (no se tendrán en cuenta los que empiecen por 0).

Solución:

$$V_{10,3} - V_{10,2} = 630$$

5.- Con los números 1, 2 y 3 ¿Cuántos números de 5 cifras pueden hacerse? ¿Cuántos de estos serán pares?

Solución:

$$VR_{3,5} = 3^5 = 243$$

Serán pares la tercera parte, pues sólo son pares con las cifras 1, 2 y 3 los que acaban en 2, esto es 81 números.

6.- Si Luis tiene cinco camisas, tres pantalones y cuatro zapatos, ¿de cuántas formas distintas se podrá vestir?

Solución:

$$5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$$

7.- ¿Cuántas apuestas tendremos que rellenar para acertar los 14 resultados en una quiniela de fútbol?

Solución:

Como tenemos tres posibilidades (1, x, 2) se tratará de contabilizar las posibilidades de tomar 3 elementos, con posibilidad de repetirse, en grupos de 14, esto es:

$$V_{3,14} = 3^{14} = 4782\ 969$$

16.2 PERMUTACIONES

8.- Con las letras de la palabra Coruña. ¿Cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer? ¿Cuántas empiezan por C? ¿Cuántas empiezan por Cor?

Solución:

Ordenaciones distintas $P_6 = 6! = 720$

Empiezan por C: $P_5 = 5! = 120$

Empiezan por Cor: $P_3 = 3! = 6$.

9.- ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse 10 personas en 10 pupitres?

Solución:

$$P_{10} = 10! = 3628800$$

10.- ¿De cuantas formas distintas pueden sentarse 5 personas alrededor de una mesa circular?

Solución:

Este caso se trata de permutaciones circulares puesto que al cambiar de posiciones en el mismo sentido se obtiene la misma situación. Se tiene que $PC_n = (n - 1)!$

$$PC_5 = (5 - 1)! = 4! = 24$$

11.- Cuántas palabras distintas se pueden formar con las letras de la palabra MATEMATICAS.

Solución:

$$P_{11}^{3,2,2} = \frac{11!}{3!2!2!} = 1663200$$

12.- De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta 5 corredores.

Solución:

$$P_5 = 5! = 120$$

13.- Con 2 bolas rojas, 7 azules y 4 amarillas. ¿Cuántos collares diferentes se podrán hacer engarzando las bolas en un hilo?

Solución:

$$P_{13}^{2,7,4} = \frac{13!}{2!7!4!} = 25740$$

14.- ¿Cuántos números diferentes pueden hacerse con las cifras del número 553736?

Solución:

$$P_6^{2,2} = \frac{6!}{2!2!} = 180$$

16.3 Combinaciones

15.- De cuántas formas distintas se pueden elegir tres representantes de una clase de 30 alumnos.

Solución:

Como no importa el orden y no pueden repetirse se trata de combinaciones de 30 elementos tomados de 3 en 3, esto es:

$$C_{30,3} = \binom{30}{3} = \frac{30!}{27!3!} = 4060$$

16.- Cuántas rectas se pueden trazar por 20 puntos situados en un mismo plano y de forma que no hay 3 alineados.

Solución:

$$C_{20,2} = \binom{20}{2} = \frac{20!}{18!2!} = 190$$

17.- A una reunión asisten 10 personas que se dan la mano entre si, ¿Cuántos apretones de manos se realizan?

Solución:

$$C_{10,2} = \binom{10}{2} = \frac{10!}{8!2!} = 45$$

18.- Cuántas apuestas distintas tendríamos que cubrir para asegurar el primer premio de la lotería primitiva (6 aciertos con 49 posibles números).

Solución:

$$C_{49,6} = \binom{49}{6} = \frac{49!}{43!6!} = 13\,983\,816$$

19.- En el dominó siete fichas hacen un juego, sabiendo que tenemos 28 fichas, ¿cuántos juegos diferentes se pueden hacer?

Solución:

$$C_{28,7} = \binom{28}{7} = \frac{28!}{21!7!} = 1185040$$