

Sean  $d_1 d_2 d_3 d_4 d_5 d_6 d_7 d_8$  las ocho cifras de tu DNI<sup>(1)</sup>. Por ejemplo si el DNI es 32478910, entonces  $d_1 = 3, d_2 = 2, d_3 = 4, d_4 = 7, d_5 = 8, d_6 = 9, d_7 = 1, d_8 = 0$ .

Para cada  $i$ , con  $1 \leq i \leq 8$  llamamos  $a_i$  al resto de  $d_i$  módulo 3, es decir, el resto que se obtiene al dividir  $d_i$  por 3. En el ejemplo anterior  $a_1 = 0, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 0, a_7 = 1, a_8 = 0$ .

1. Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_2 + 1 & a_3 + 1 \\ a_2 + 1 & 0 & 1 \\ a_3 + 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 1 & a_4 + 1 & a_5 + 1 \\ a_4 + 1 & 0 & 1 \\ a_5 + 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$$

- Estudiar para que valores de  $\lambda$  las matrices  $A$  y  $B$  son congruentes.
  - Para  $\lambda = 0$  hallar, si existe, una matriz inversible  $P$  tal que  $PAP^t = B$ .
  - Dar una matriz simétrica  $3 \times 3$ , de rango 3, con todos sus elementos no nulos que no sea congruente con  $A$ . Justificar la respuesta.
2. Se considera el espacio vectorial  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$  de polinomios en una variable de grado menor o igual que 3. Sean los subconjuntos:

$$U = \mathcal{L}\{a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3, a_3 + a_4x + a_5x^2 + a_6x^3, a_5 + a_6x + a_7x^2 + a_8x^3\}$$

$$V = \{p(x) \in \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \mid p(a_3 - 1) = 0, \quad p'(a_4 - 1) = 0\}$$

- Probar que  $U$  y  $V$  son subespacios vectoriales.
- Dar las ecuaciones paramétricas e implícitas de  $U$ ,  $V$ ,  $U \cap V$  y  $U + V$  respecto de la base canónica.
- Dar un subespacio vectorial  $W$  suplementario con  $V$ .
- Dar un polinomio  $q(x) \notin V \cup W$  y su proyección sobre  $V$  paralelamente a  $W$ .
- Probar que los vectores  $B = \{x + x^2, 1, x^3, x - x^2\}$  son una base de  $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ .
- Dar las ecuaciones paramétricas e implícitas de  $U$  y  $V$  respecto de la base  $B$ .

### Normas:

- La entrega de la práctica es voluntaria.
- La fecha límite de entrega es el Jueves 5 de Diciembre a las 12:30.
- Supondrá hasta un máximo de 0.5 puntos en la nota final de la materia, en la forma precisa explicada en la presentación de la asignatura.
- Sólo se recogerán las prácticas que sean entregadas dentro del plazo indicado.
- **Se penalizará hasta el suspenso, cualquier indicio de copia o fraude en la autoría del trabajo presentado.**
- En cada práctica debe de figurar el nombre y el DNI del alumno y **mantener unos mínimos de calidad en la presentación.**
- Los alumnos podrán ser requeridos para que expongan y expliquen oralmente la práctica entregada y muestren pleno conocimiento de lo que han escrito.

<sup>(1)</sup>En caso de que el documento identificativo tenga menos de 8 dígitos puedes completarlo a la izquierda con tantos cuatros como sea necesario. Por ejemplo si es ZZ13456 puedes usar 44413456.