

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

1.− Calcular $B + D$, AC , CB , $5A$, $2B - 5AC$.

2.− Hallar B^3 .

3.− Calcular A^t , B^t , C^t , D^t .

4.− Calcular $\text{traza}(B)$, $\text{traza}(D)$, $\text{traza}(AC)$, $\text{traza}(CA)$.

5.− Indicar si alguna de las matrices A , B , C ó D es simétrica o hemisimétrica.

6.− Escribir B como suma de una matriz simétrica y otra hemisimétrica.

7.− Indicar si alguna de las matrices A , B , C ó D es triangular inferior, triangular superior o diagonal.

8.− Calcular $\det(B)$, $\det(D)$, $\det(AC)$, $\det(CA)$.

9.− Calcular (si existen) B^{-1} , D^{-1} .

Soluciones.

1. $B + D = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $AC = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 7 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $CB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

$5A = \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 15 & 20 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $2B - 5AC = \begin{pmatrix} -13 & -6 & -3 \\ -35 & -18 & -3 \\ -5 & -5 & -3 \end{pmatrix}$.

2. $B^3 = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 9 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

3. $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $C^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $D^t = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. $\text{traza}(B) = 3$, $\text{traza}(D) = 6$, $\text{traza}(AC) = 8$, $\text{traza}(CA) = 8$.

5. D es simétrica.

6. $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1/2 \\ -1 & 0 & 1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}.$

7. B es triangular superior.

8. $\det(B) = 1, \quad \det(D) = -1, \quad \det(AC) = 0, \quad \det(CA) = 3.$

9. $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 4 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$