ÁLGEBRA LINEAL I — Ejercicios Tema II. Capítulos 1 y 2

Matrices y determinantes. (Curso 2019–2020)

Dadas las matrices:

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\\0&1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}1&2&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}1&0&-1\\1&1&1\end{pmatrix},\quad D=\begin{pmatrix}4&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}.$$

1.– Calcular $B+D$, AC, CB, $5A$, $2B-5AC$.

2.– Hallar B^3.

3.– Calcular A^t, B^t, C^t, D^t.

4.– Calcular $traza(B), traza(D), traza(AC), traza(CA)$.

5.– Indicar si alguna de las matrices A, B, C ó D es simétrica o hemisimétrica.

6.– Escribir B como suma de una matriz simétrica y otra hemisimétrica.

7.– Indicar si alguna de las matrices A, B, C ó D es triangular inferior, triangular superior o diagonal.

8.– Calcular $det(B), det(D), det(AC), det(CA)$.

9.– Calcular (si existen) B^{-1}, D^{-1}.

Soluciones.

---

1. $B+D=\begin{pmatrix}5&2&2\\0&2&2\\1&1&2\end{pmatrix}$, $AC=\begin{pmatrix}3&2&1\\7&4&1\\1&1&1\end{pmatrix}$, $CB=\begin{pmatrix}1&2&0\\1&3&3\end{pmatrix}$

$5A=\begin{pmatrix}5&10\\15&20\\0&5\end{pmatrix}$, $2B-5AC=\begin{pmatrix}-13&-6&-3\\-35&-18&-3\\-5&-5&-3\end{pmatrix}$.

2. $B^3=\begin{pmatrix}1&6&9\\0&1&3\\0&0&1\end{pmatrix}$.

3. $A^t=\begin{pmatrix}1&3&0\\2&4&1\end{pmatrix},\quad B^t=\begin{pmatrix}1&0&0\\2&1&0\\1&1&1\end{pmatrix},\quad C^t=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\\-1&1\end{pmatrix},\quad D^t=\begin{pmatrix}4&0&1\\0&1&1\\1&1&1\end{pmatrix}$.

4. $traza(B)=3,\quad traza(D)=6,\quad traza(AC)=8,\quad traza(CA)=8.$

5. D es simétrica.

6. $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1/2 \\ -1 & 0 & 1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix}.$

7. B es triangular superior.

8. $det(B) = 1, \quad det(D) = -1, \quad det(AC) = 0, \quad det(CA) = 3.$

9. $B^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & -3 & 4 \\ 1 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$