ÁLGEBRA LINEAL I

Ejercicios Tema I. Capítulo 1

Conjuntos y aplicaciones.

(Curso 2022–2023)

1.— Enumera los elementos de los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x < 10\}, B = \{x \in \mathbb{Z} | x^2 < 11\}, C = \{x \in \mathbb{Q} | 2x \in \mathbb{Z}, -2 < x \le 1\}.$$

2.— Para los conjuntos del ejercicio anterior calcular:

$$A \cup B$$
, $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cap B \cap C$, $\mathbb{N} \setminus A$

3.— Sean $A = \{1, 2, 3\}, B = \{3, 4, 5, 7\}$ y las correspondencias:

$$F_1 = \{(1,3), (2,7)\}$$

$$F_2 = \{(1,3), (2,4), (3,3)\}$$

$$F_3 = \{(1,7), (2,5), (2,4), (3,4)\}$$

Representar cada una de ellas mediante un diagrama de Venn.

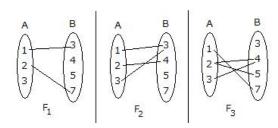
- 4.— Para las correspondencias anteriores indicar el conjunto inicial, el conjunto final, el dominio y el conjunto imagen.
- **5.** Para la correspondencia F_3 : ¿cuál son las imágenes del 2? ¿cuáles son los orígenes del 4?.
- 6.— ¿Cuáles de las correspondencias del ejercicio 3 son aplicaciones?
- 7.— Para las aplicaciones determinadas en el ejercicio 6 indicar si son inyectivas, sobreyectivas y/o biyectivas.
- 8.— Dada $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como f(x) = 2x + 3. Indicar si es biyectiva. En caso afirmativo calcular la función inversa.
- **9.** Dadas $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ y $h: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definidas respectivamente como g(x) = x + 1 y $h(x) = x^2 1$ calcular $(g \circ h)$ y $(h \circ g)$.

Soluciones.

1. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}, \quad C = \{-3/2, -1, -1/2, 0, 1/2, 1\}.$

2.
$$A \cup B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, \quad A \cap B = \{1, 2, 3\}, \quad B \cap C = \{-1, 0, 1\}.$$
 $A \cap B \cap C = \{1\}, \quad \mathbb{N} \setminus A = \{x \in \mathbb{N} | x \ge 10\}.$

3.



4. Para todas las correspondencias el conjunto inicial es $A = \{1, 2, 3\}$ y el final es $B = \{3, 4, 5, 7\}$.

 $Dominio(F_1) = \{1,2\}, \quad C.Imagen(F_1) = \{3,7\}.$

 $Dominio(F_2) = \{1, 2, 3\}, \quad C.Imagen(F_2) = \{3, 4\}.$

 $Dominio(F_3) = \{1, 2, 3\}, \quad C.Imagen(F_3) = \{4, 5, 7\}.$

- 5. Las imágenes del 2 son 4,5. Los orígenes del 4 son 2,3.
- **6.** Sólo F_2 es aplicación.
- 7. F_2 no es ni inyectiva, ni sobreyectiva, ni biyectiva.
- **8.** Si es biyectiva. $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{2}$.
- **9.** $(g \circ h)(x) = x^2$, $(h \circ g)(x) = x^2 + 2x$.