

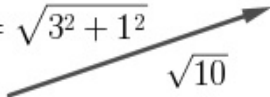
VECTORES. ECUACIONES DE RECTAS Y PLANOS. DISTANCIAS.

Módulo de un vector.

Módulo=Longitud:

$$\|(x, y)\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\|(x, y, z)\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

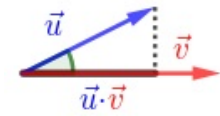
$$\|(3, 1)\| = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$


Producto escalar.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\text{ang}(\vec{u}, \vec{v})).$$

$$(x, y) \cdot (x', y') = xx' + yy'$$

$$(x, y, z) \cdot (x', y', z') = xx' + yy' + zz'$$

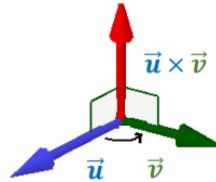


Producto vectorial

$$\vec{u} = (x, y, z), \quad \vec{v} = (x', y', z')$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix}$$

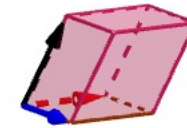
$$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \sin(\text{ang}(\vec{u}, \vec{v}))$$



Producto mixto

$$\vec{u} = (x, y, z), \quad \vec{v} = (x', y', z'), \quad \vec{w} = (x'', y'', z'')$$

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix}$$

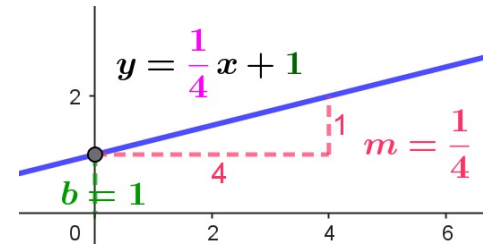


$$Vol = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$$

Ecuación explícita de una recta. Función afín.

$$y = m \cdot x + b$$

- m pendiente = “inclinación” = $\text{tg}(\text{ángulo con eje OX})$
- b coordenada de corte con eje OY
- Misma pendiente = Rectas paralelas o coincidentes
- Distinta pendiente = Rectas que se cortan



Ecuaciones de una recta en el plano.

Punto $P = (x_0, y_0)$. Vector director $\vec{u} = (u_1, u_2)$

$$(x, y) = (x_0, y_0) + t(u_1, u_2)$$

Vectorial

separa
coordenadas

Paramétricas

$$x = x_0 + t u_1$$

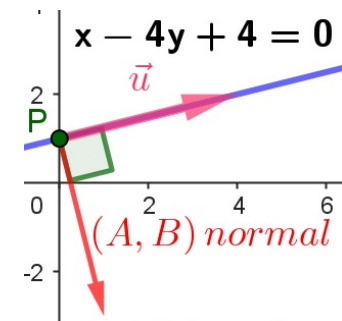
$$y = y_0 + t u_2$$

despeja t
e iguala

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2}$$

Continua

simplifica



$$Ax + By + C = 0$$

(A, B) vector normal

Ecuaciones de una recta en el espacio.

Punto $P = (x_0, y_0, z_0)$, Vector director $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$.

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(u_1, u_2, u_3)$$

separa
coordenadas

$$\begin{aligned} \text{Paramétricas} \\ x &= x_0 + t u_1 \\ y &= y_0 + t u_2 \\ z &= z_0 + t u_3 \end{aligned}$$

despeja t
e iguala

$$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} = \frac{z - z_0}{u_3}$$

simplifica 2 a 2

$$\begin{aligned} \text{Implícitas} \\ Ax + By + Cz + D &= 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' &= 0 \end{aligned}$$

Recta como intersección de dos planos.

Ecuaciones de un plano en el espacio.

Punto: $P = (x_0, y_0, z_0)$ Vectores: $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$.

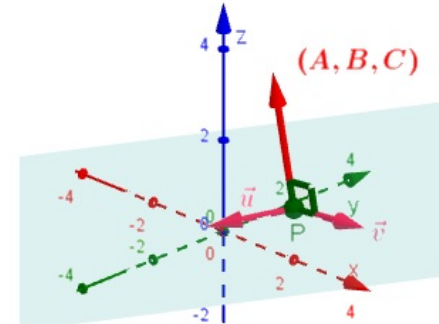
$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(u_1, u_2, u_3)$$

$$\begin{aligned} \text{Paramétricas} \\ x &= x_0 + t u_1 + s v_1 \\ y &= y_0 + t u_2 + s v_2 \\ z &= z_0 + t u_3 + s v_3 \end{aligned}$$

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0$$

$\updownarrow$
 $Ax + By + Cz + D = 0$
 (A, B, C) vector normal

$$Ax + By + Cz + D = 0$$



Distancia de un punto a una recta en el plano.

$$r \equiv ax + by + c = 0, \quad P = (x_0, y_0)$$

$$d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Distancia de un punto a un plano en el espacio.

$$\pi \equiv ax + by + cz + d = 0$$

$$P = (x_0, y_0)$$

$$d(P, \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Distancia de un punto a una recta en el espacio.

$$r \equiv \begin{cases} \text{punto: } A \\ \text{v.director: } \vec{u} \end{cases}, \quad \text{Punto: } P.$$

$$d(P, r) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$$

Distancia entre dos rectas que se cruzan.

$$r \equiv \begin{cases} \text{punto: } A \\ \text{v.director: } \vec{u}_r \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} \text{punto: } B \\ \text{v.director: } \vec{u}_s \end{cases}$$

$$d(r, s) = \frac{\|[\vec{AB}, \vec{u}_r, \vec{u}_s]\|}{\|\vec{u}_r \times \vec{u}_s\|}$$