VECTORES. ECUACIONES DE RECTAS Y PLANOS. DISTANCIAS.

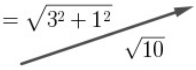
Módulo de un vector.

Módulo=Longitud:

$\|(x, y)\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\|(x, y, z)\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\|(3,1)\| = \sqrt{3^2+1^2}$

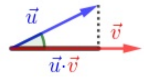


Producto escalar.

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| cos(ang(\vec{u}, \vec{v}))$.

$(x, y) \cdot (x', y') = xx' + yy'$

$(x, y, z) \cdot (x', y', z') = xx' + yy' + zz'$

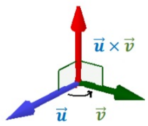


Producto vectorial

$\vec{u} = (x, y, z), \quad \vec{v} = (x', y', z')$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x & y & z \\ x' & y' & z' \end{vmatrix}$$

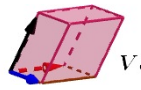
$\|\vec{u} \times \vec{v}\| = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| |sin(ang(\vec{u}, \vec{v}))|$



Producto mixto

$\vec{u} = (x, y, z), \quad \vec{v} = (x', y', z'), \quad \vec{w} = (x'', y'', z'')$

$$[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = \begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix}$$

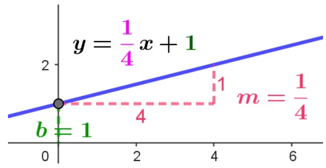


$Vol = |[\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}]|$

Ecuación explícita de una recta. Función afín.

$$\boxed{y = m \cdot x + b}$$

- m pendiente = "inclinación" = tg(ángulo con eje OX)
- b coordenada de corte con eje OY
- Misma pendiente = Rectas paralelas o coincidentes
- Distinta pendiente = Rectas que se cortan

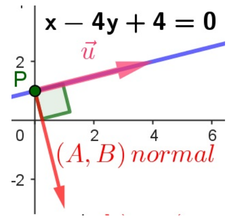


Ecuaciones de una recta en el plano.

Punto $P = (x_0, y_0)$. Vector director $\vec{u} = (u_1, u_2)$

Vectorial		Paramétricas		Continua
$(x, y) = (x_0, y_0) + t(u_1, u_2)$	$\xrightarrow{\text{separa coordenadas}}$	$x = x_0 + t\, u_1$ $y = y_0 + t\, u_2$	$\xrightarrow{\text{despeja } t \text{ e iguala}}$	$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2}$

$\xrightarrow{\text{simplifica}}$ **Implícita**: $Ax + By + C = 0$, (A, B) vector normal



Ecuaciones de una recta en el espacio.

Punto $P = (x_0, y_0, z_0)$, Vector director $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$.

Vectorial		Paramétricas		Continua
$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(u_1, u_2, u_3)$	$\xrightarrow{\text{separa coordenadas}}$	$x = x_0 + t\, u_1$ $y = y_0 + t\, u_2$ $z = z_0 + t\, u_3$	$\xrightarrow{\text{despeja } t \text{ e iguala}}$	$\frac{x - x_0}{u_1} = \frac{y - y_0}{u_2} = \frac{z - z_0}{u_3}$

$\xrightarrow{\text{simplifica 2 a 2}}$ **Implícitas**:
$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0 \\ A'x + B'y + C'z + D' = 0 \end{cases}$$
Recta como intersección de dos planos.

Ecuaciones de un plano en el espacio.

Punto: $P = (x_0, y_0, z_0)$ Vectores: $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$, $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$.

$$\boxed{Ax + By + Cz + D = 0}$$

Vectorial

$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + t(u_1, u_2, u_3)$

Paramétricas

$x = x_0 + t\, u_1 + s\, v_1$

$y = y_0 + t\, u_2 + s\, v_2$

$z = z_0 + t\, u_3 + s\, v_3$

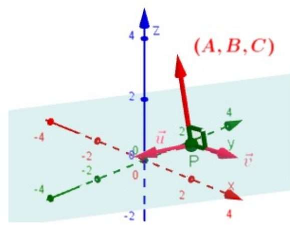
Implícita

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = 0$$

$\updownarrow$

Ax+By+Cz+D=0

(A, B, C) vector normal



Distancia de un punto a una recta en el plano.

$r \equiv ax + by + c = 0, \quad P = (x_0, y_0)$

$$\boxed{d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

Distancia de un punto a un plano en el espacio.

$\pi \equiv ax + by + bz + d = 0, \quad P = (x_0, y_0)$

$$\boxed{d(P, \pi) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}}$$

Distancia de un punto a una recta en el espacio.

$r \equiv \begin{cases} \text{punto: } A \\ \text{v.director: } \vec{u} \end{cases}$, Punto: P.

$$\boxed{d(P, r) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}}$$

Distancia entre dos rectas que se cruzan.

$r \equiv \begin{cases} \text{punto: } A \\ \text{v.director: } \vec{u}_r \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} \text{punto: } B \\ \text{v.director: } \vec{u}_s \end{cases}$

$$\boxed{d(r, s) = \frac{|\vec{AB}, \vec{u}_r, \vec{u}_s|}{\|\vec{u}_r \times \vec{u}_s\|}}$$